

# MATRICI UNIVERSALI PER EDGE ELEMENT

*Giuseppe Borzì*

DIC, Università di Messina  
Panoramica dello Stretto, 98166, Messina

Gli edge element sono stati introdotti nell'elettromagnetismo computazionale per trattare numericamente il calcolo di campi elettromagnetici in alta frequenza ed in tre dimensioni. Successivamente sono stati anche impiegati per problemi statici e quasi statici e in due dimensioni [1].

Inizialmente gli edge element erano basati su funzioni vettoriali a divergenza nulla le cui componenti erano costituite da polinomi del primo ordine (detti edge element di ordine zero). In seguito, diversi ricercatori proposero edge element con componenti date da polinomi del secondo ordine (edge element del primo ordine).

In [2] viene presentata un metodo per la costruzione di edge element di ordine qualsiasi, che per l'ordine zero ed il primo ordine coincidono con quelli precedentemente proposti. Anche per edge element gerarchici è stato proposto un metodo per la costruzione delle funzioni di forma di qualsiasi ordine [3].

I metodi suddetti forniscono soltanto le espressioni per le funzioni di forma, dalle quali si calcolano le matrici metriche (o mass) e Dirichlet (o stiff) mediante integrazione numerica. Come noto, per gli elementi finiti nodali le matrici metrica e Dirichlet possono essere calcolate mediante delle combinazioni lineari delle così dette matrici universali, in cui la forma dell'elemento finito entra solo nel calcolo dei coefficienti della combinazione lineare. L'uso di matrici universali diminuisce il tempo di calcolo necessario per l'assemblaggio del sistema ad elementi finiti nel caso nodale [4].

L'autore sta sviluppando delle matrici universali per gli edge element proposti in [2]. Particolare cura viene posta per ottenere delle matrici universali che presentino, similmente al caso nodale, caratteristiche di simmetria ed invarianza. La teoria sin qui sviluppata consiste nel riportare il calcolo delle matrici universali per edge element al calcolo di una matrice metrica nodale, mediante l'uso di mappe lineari che descrivono le componenti delle funzioni di forma vettoriali come combinazioni lineari di funzioni di forma nodali.

A differenza del caso nodale, la matrice metrica necessita di sei matrici universali nel caso tridimensionale e di tre matrici universali nel caso bidimensionale, invece di una sola matrice.

Il calcolo della matrice di Dirichlet necessita di sei matrici universali nel caso tridimensionale come gli elementi nodali, ma di una sola matrice universale nel caso bidimensionale. Risultati simili per il caso tridimensionale sono presentati in [3], ma le matrici introdotte in questo caso, sebbene universali, non presentano nessuna particolare simmetria.

La teoria correntemente sviluppata può essere almeno parzialmente utilizzata anche nel caso in cui si deve fare uso dell'integrazione numerica, ovvero quando l'elemento è curvo e/o il materiale non ha parametri costanti all'interno dell'elemento.

Il codice che implementa gli algoritmi per la generazione delle matrici universali per edge element è sviluppato in linguaggio C++.

## Riferimenti

- [1] J. M. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, II ed. John Wiley & Sons, New York, USA, 1993.
- [2] R. D. Graglia, D. R. Wilton, and A. F. Peterson, “Higher order interpolatory vector bases for computational electromagnetics,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 329–342, Mar. 1997.
- [3] J. P. Webb, “Hierarchical Vector Basis Functions of Arbitrary Order for Triangular and Tetrahedral Finite Elements”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 47, pp. 1244–1253, agosto 1999.
- [4] P. P. Silvester and R. L. Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*, III ed. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1996.