

ANALISI FEM DEL CAMPO MAGNETICO SELF-CONSISTENT NEI CANNONI ELETTRONICI DI TWT

S. Coco, A. Laudani, G. Pollicino, P. Tirrò

DIEES, Università di Catania
Viale A. Doria 6, 95125, Catania (CT)

Introduzione

La progettazione dei cannoni elettronici dei TWT richiede un'accurata analisi elettromagnetica per migliorare le prestazioni. Per questa ragione differenti tools, molti dei quali basati sul metodo degli elementi finiti (FEM), sono stati sviluppati. Sfortunatamente questi tools non forniscono un trattamento soddisfacente della componente del campo magnetico self-consistent (CMSC), ossia quella generata dal fascio elettronico stesso. Questa componente viene spesso volutamente trascurata per la difficoltà intrinseca al suo modellamento. Purtroppo, sebbene in questi dispositivi sia generalmente presente un campo magnetico esterno di focalizzazione, l'influenza del CMSC non è trascurabile considerando le alte correnti in gioco e l'assenza di focalizzazione magnetica in corrispondenza del catodo. I differenti approcci sviluppati per modellare il CMSC o applicano direttamente la legge di Ampere, ottenendo solo le componenti trasversali, o risolvono numericamente il problema 3D, tramite il vettore potenziale magnetico A , limitandosi, però, ad assegnare delle condizioni al contorno omogenee per A .

In questa memoria, gli autori presentano un trattamento innovativo del CMSC nel contesto di un codice 3D agli elementi finiti per l'analisi dei cannoni elettronici. L'approccio si basa sul trattamento del CMSC in un dominio illimitato, al fine di superare la problematica dell'assegnazione delle condizioni al contorno. Viene adottata la formulazione curl-curl per il vettore del potenziale magnetico A ed un algoritmo iterativo che risolve ad ogni passo il problema in un dominio limitato da un contorno fittizio con condizioni al contorno assegnate. Su questo contorno fittizio le componenti di A , inizialmente omogenee, vengono successivamente aggiornate in accordo con la densità di corrente ottenuta nel precedente step di interazione. Questo trattamento segue un approccio analogo, denominato Boundary Iteration (BI), usato con successo per la soluzione di problemi elettromagnetici non accoppiati in domini illimitati.

Campo magnetico self-consistent

Nel fascio elettronico la dinamica delle particelle cariche soggette ad un campo elettromagnetico in assenza di collisioni può essere descritta per mezzo dell'equazione di Vlasov per la funzione di distribuzione $f(t, x, p)$, definita nello spazio di fase (x, p) al tempo t

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_x f + q(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{m} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_p f = 0$$

L'equazione di Vlasov con le equazioni di Maxwell costituiscono un sistema di equazioni accoppiate. Tale sistema è generalmente risolto usando un approccio Particle-in-Cell (PIC), nel quale il fascio di elettroni è rappresentato da un ragionevole numero di macro-particelle, soggette alle equazioni della dinamica e allo stesso tempo sorgenti di campo elettromagnetico.

Nel caso dei cannoni elettronici di TWT, è possibile considerare una soluzione stazionaria, per cui il campo elettrostatico self-consistent \mathbf{E} ha come sorgente la densità di carica spaziale, mentre il campo magnetico self-consistent \mathbf{B} ha come sorgente la densità di

corrente del fascio. Utilizzando il FEM, il problema discreto risultante è costituito da 3 sistemi di equazioni: il primo inerente la distribuzione spaziale del potenziale elettrico scalare (originato dalla formulazione nodale dell'equazione di Poisson), il secondo la distribuzione spaziale del vettore potenziale magnetico \mathbf{A} (originato attraverso la formulazione rotore-rotore ad edge-elements del problema magnetostatico), l'ultimo il tracciamento delle traiettorie elettroniche delle particelle. La soluzione dell'intero problema è effettuata seguendo uno schema iterativo, in cui si alterna il tracciamento delle traiettorie elettroniche e la soluzione dei problemi elettrostatico e magnetostatico, fin tanto che non viene raggiunta la convergenza. Relativamente agli aspetti della formulazione per il vettore del potenziale magnetico \mathbf{A} tramite edge elements

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}$$

in un dominio fittizio Ω_M contenente tutte le sorgenti di campo magnetico, delimitato dal contorno fittizio $\partial\Omega_M$, è bene notare che questa determina un sistema algebrico con matrice singolare, che necessita di un trattamento specifico (ad esempio decomposizione tree-cotree della mesh, gauge sul vettore del potenziale magnetico). Un'alternativa efficiente che permette ancora di utilizzare il metodo del gradiente coniugato è la generazione di un vettore dei termini noti [b] compatibile con la matrice agli elementi finiti. Questo lo si può ottenere adottando una congruente distribuzione 3D della densità di corrente, calcolata secondo un opportuno schema di decomposizione e accumulazione della densità di corrente ed assegnando le condizioni al contorno tramite l'espressione

$$\mathbf{A}_k(P_F) = \mu_0 \int_S \mathbf{J}_{k-1}(P) G(P, P_F) dS$$

dove $G(P, P_F)$ è la funzione di Green per il lo spazio libero 3D.

Sebbene il calcolo del CMSC ha ovviamente un maggiore costo computazionale rispetto alla sola soluzione del problema elettrico, i test effettuati hanno mostrato che tale incremento è inferiore al 50%. Nella figura seguente si presentano alcuni risultati inerenti all'evoluzione libera di un fascio lungo un tubo cilindrico. In tutti i test effettuati occorrono solo 4 o 5 iterazioni per raggiungere una accuratezza di 0.1% ed i risultati sono in eccellente accordo con quelli analitici disponibili in letteratura

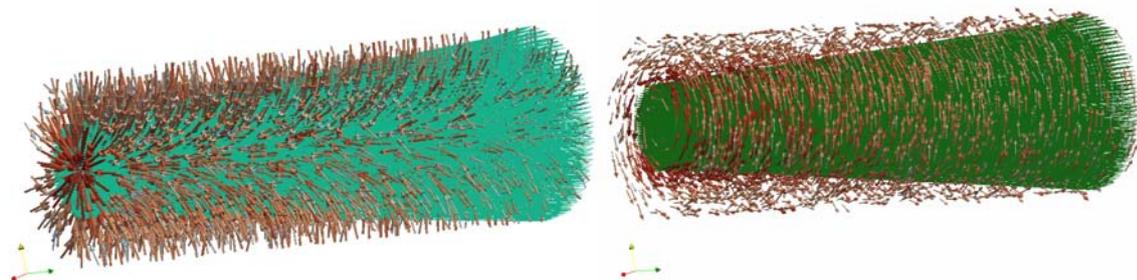


Fig 1 – Campo elettrico e magnetico self-consistent di un fascio elettronico

Referenze

- [1] S. Coco, A. Laudani, G. Pollicino, P. Tirrò, “A new self-consistent unbounded magnetic field 3D FE computation for electron guns,” *IEEE Trans. Magn.*, in press (2010)
- [2] E. M. Nelson et alii, “Current Accumulation for a Self Magnetic Field Calculation in a Finite Element Gun Code,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, No. 8, pp. 2355-2361 (2005).
- [3] S. Coco and A. Laudani, “Iterative FE Solution of Unbounded Magneto-Thermal Problems”, Proceedings of the 10th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering, September 16-18, 2002 Graz, AUSTRIA (2002)